UTS

**2026 年 10 月学期（中国）**

# 20762 金融衍生品和风险管理

## 期末考试练习题（含参考答案）

共 15 组、30 题，按讲次排列。每组两题主题相同，组标题右侧注明所需的讲次，学完这些讲即可练习。题目之后是期末考试的公式表（从第 8 页开始），参考答案从第 11 页开始。

### 第 1 组　期货套期保值　　第 1–2 讲

**第 1 题**　一家石油公司利用 6 个月期原油期货合约，对预计 5 个月后出售的原油进行套期保值。原油当前的现货价格为每桶 \$93.12，6 个月期原油期货的报价为每桶 \$93.69。5 个月后，该公司在现货市场以每桶 \$104.34 的价格出售原油，并在原油期货报价为每桶 \$98.53 时将期货头寸平仓。

通过这一套期保值，该公司原油的实际有效售价（每桶）是多少？答案保留两位小数。

**第 2 题**　远期合约与期货合约的主要区别是什么？

### 第 2 组　远期价格　　第 3 讲

**第 3 题**　假设铜的当前价格为每磅 \$3.45，6 个月期无风险利率为每年 3%（连续复利），铜的比例仓储成本为每年 5%（连续复利）。若 6 个月后交割的铜远期价格为每磅 \$3.41，隐含的便利收益率是多少？答案以小数表示，精确到小数点后四位（例如，5.45% 写作 0.0545）。

**第 4 题**　为什么远期合约在签订时的价值为零？

## 第 3 组　货币互换　　第 4 讲

**第 5 题**　A 公司希望借入澳元，B 公司希望借入美元。两家公司获得的利率报价如下：

| | A 公司 | B 公司 |
|---|---|---|
| 美元（固定利率） | 年利率 4.5% | 年利率 6.4% |
| 澳元（固定利率） | 年利率 6.8% | 年利率 7.2% |

一家金融机构计划为两家公司安排一笔互换，并要求获得 50 个基点的利差；扣除这一利差后，互换带来的剩余收益由两家公司平分。互换的结构应使两家公司均不承担任何汇率风险。参照下图，标记为 (e) 的现金流最接近：




A. 4.5% 美元

B. 7.2% 澳元

C. 5.9% 美元

D. 6.3% 澳元

**第 6 题**　什么是货币互换？它如何帮助企业管理跨币种融资的风险？

## 第 4 组　看涨-看跌期权平价套利　　第 5 讲

**第 7 题**　某支付红利股票上的 6 个月期欧式看涨期权和 6 个月期欧式看跌期权，当前价格分别为 \$5.80 和 \$3.50。两份期权的执行价格均为 \$40。当前股价为 \$43，预计 4 个月后支付 \$1.50 的红利。无风险利率为每年 5%（连续复利）。为利用由此产生的套利机会，今天应采取的操作是：

A. 以无风险利率借款，买入看涨期权，买入看跌期权，并卖空股票。

B. 以无风险利率借款，买入股票，买入看跌期权，并卖出看涨期权。

C. 不采取任何操作，不存在套利机会。

D. 卖空股票，卖出看跌期权，买入看涨期权，并将所得资金按无风险利率投资。

E. 以无风险利率借款，买入股票，买入看涨期权，并卖出看跌期权。

**第 8 题**　某不支付红利的股票当前价格 $S_0 = 50$ 元，执行价格 $K = 52$ 元，期限 $T = 0.5$ 年，无风险利率 $r = 4\%$（连续复利）。市场上欧式看涨期权价格 $c = 3.2$ 元，欧式看跌期权价格 $p = 4.5$ 元。利用看涨-看跌期权平价检验这两个价格是否合理。

## 第 5 组　牛市差价　　第 6 讲

**第 9 题**　你买入了一份执行价格为 $40 的看涨期权，并卖出了一份执行价格为 $50 的看涨期权。你的策略称为：

A. 买入宽跨式组合

B. 熊市差价

C. 牛市差价

D. 买入跨式组合

E. 备兑看涨期权

**第 10 题**　某投资者构建牛市差价：买入执行价格为 450 元/克的黄金看涨期权，期权费为 12 元/克；卖出执行价格为 480 元/克的黄金看涨期权，期权费为 5 元/克。若到期时黄金价格为 470 元/克，计算该策略的净收益。

## 第 6 组　期权组合策略与套利　　第 3、6 讲

**第 11 题**　某基础资产当前的价格为 $71，下表给出了该资产上四种到期日相同的欧式期权的信息：

| 执行价格 | 期权类型 | 期权费 |
|---|---|---|
| $60 | 看涨 | $14.80 |
| $60 | 看跌 | $2.30 |
| $80 | 看涨 | $2.80 |
| $80 | 看跌 | $10.30 |

(a) 说明如何利用上表中的看涨期权构建牛市差价。列表给出该策略产生的损益（P&L），并画出该牛市差价的示意图，同时在同一张图中画出每个组成部分（即每份期权）各自的损益（共三条损益曲线）。该牛市差价的盈亏平衡点是多少？

(b) 箱式差价是一种套利策略，即同时买入一个用看涨期权构建的牛市差价和一个用看跌期权构建的熊市差价。利用上表中的期权，列表给出该策略产生的损益（P&L）（无需作图，忽略货币时间价值）。套利利润是多少？

**第 12 题**　什么是套利？套利如何影响衍生品的定价？

## 第 7 组　二叉树　　第 7 讲

**第 13 题**　你正在考虑买入一份基于某不支付红利股票的 1 年期欧式看跌期权，该股票当前的市场价格为 $33。期权的执行价格为 $40，连续复利的无风险利率为每年 6%。预计在接下来的两个 6 个月期间内，股价每期要么上涨 6%，要么下跌 6%。计算未来 6 个月内股价上涨 6% 的风险中性概率，精确到小数点后四位。

**第 14 题** 某股票当前价格为 50 元，执行价格为 52 元，期权期限为 2 年，每年为一个时间步，每一步股价上涨 20% 或下跌 20%，无风险利率为每年 5%（连续复利）。用两步二叉树计算该欧式看跌期权的价格。

## 第 8 组　隐含波动率与 Black-Scholes 模型　第 8 讲

**第 15 题** 下列关于隐含波动率的说法中，哪一项是**错误**的？

A. 计算隐含波动率需要一个期权定价模型，例如 Black-Scholes 模型。

B. 隐含波动率是对波动率的前瞻性估计。

C. 计算隐含波动率需要期权的当前市场价格。

D. 交易者可以利用隐含波动率，为同一基础资产上交易不活跃的期权定价。

E. 计算隐含波动率需要基础资产价格的历史数据。

**第 16 题** Black-Scholes-Merton（BSM）模型有哪些主要假设？为什么 BSM 公式中没有出现股票的预期收益率 $\mu$？

## 第 9 组　期权的 Delta 与单期二叉树　第 7–8 讲

**第 17 题** 某不支付红利的股票当前市场价格为 £10，年波动率为 40%，连续复利的无风险利率为每年 5%。该股票上 3 个月期平值欧式看涨期权的 Black-Scholes Delta 为 0.5645。基于同一股票、执行价格和期限都相同的欧式看跌期权，其 Delta 最接近：

A. $-0.44$

B. $-0.56$

C. $0.44$

D. $0.56$

**第 18 题** 某股票当前价格 $S_0 = 60$ 元，执行价格 $K = 62$ 元，期限 $T = 0.25$ 年。每一步股价上涨为原来的 $u = 1.10$ 倍或下跌为原来的 $d = 0.92$ 倍，无风险利率 $r = 5\%$（连续复利）。用单期二叉树计算欧式看涨期权的价值。

## 第 10 组　股指期权的平价关系与时间价值　第 5、9 讲

**第 19 题** 某股票指数当前为 2,403 点，其红利收益率为每年 3%（连续复利）。该指数收益率的波动率为每年 25%，无风险利率为每年 3%（连续复利）。若基于该指数、执行价格为 2,500 的 6 个月期欧式看涨期权售价为 227，基于同一指数、执行价格相同的 6 个月期欧式看跌期权的价值是多少？答案精确到整数个指数点。

**第 20 题** 什么是期权的时间价值？它在期权定价中有什么意义？

## 第 11 组　组合保险与保护性看跌期权　　第 6、9 讲

**第 21 题**　某基金经理管理一个价值 $2,000,000 的股票投资组合，该组合的 $\beta$ 为 1.0。标普 500 指数当前为 4,000 点，指数期权的合约乘数为 $100 / 指数点。该经理希望在未来 3 个月内，投资组合价值不低于 $1,800,000（忽略红利和期权费）。应采取的操作是：

A. 买入 5 张执行价格为 3,400 的 3 个月期指数看跌期权。

B. 买入 4 张执行价格为 3,600 的 3 个月期指数看跌期权。

C. 买入 5 张执行价格为 3,600 的 3 个月期指数看跌期权。

D. 卖出 5 张执行价格为 3,600 的 3 个月期指数看涨期权。

E. 买入 5 张执行价格为 3,600 的 3 个月期指数看涨期权。

**第 22 题**　某企业持有铜现货，当前价格为每吨 62,000 元。为防范价格下跌，企业买入执行价格为每吨 61,000 元的看跌期权，期权费为每吨 800 元。若到期时铜价为每吨 59,000 元，计算这一保护性看跌期权策略的总收益（每吨）。

## 第 12 组　美式期权与提前行权　　第 5、7、9 讲

**第 23 题**　欧元与澳元之间的即期汇率为 1 欧元兑 1.6750 澳元，汇率的波动率为每年 30%。澳大利亚和欧洲的连续复利无风险利率分别为每年 3.5% 和每年 4.5%。

(a) 使用两步二叉树，为一份一年后以 1.6000 澳元买入 1 欧元的欧式看涨期权估值（精确到小数点后四位）。

(b) 使用同一棵二叉树，为一份一年后以 1.6000 澳元买入 1 欧元的一年期美式看涨期权估值（同样精确到小数点后四位）。如果其价值与 (a) 中计算的对应欧式期权的价值不同，请解释两种期权价格为何不同；如果两者价值相同，也请解释原因。

(c) 如果 (a) 中的欧式看涨期权附带一个 1.4000 澳元的下跌敲出障碍，期权价格是否会改变？如果改变，会如何改变？

（提示：欧式下跌敲出障碍看涨期权赋予持有者在到期日以执行价格买入基础资产的权利，前提是在期权有效期内价格从未跌破预先设定的障碍水平。一旦基础资产价格跌破该障碍，期权即被敲出，不再具有任何价值。）

**第 24 题**　为什么即使股价高于执行价格（$S > K$），不支付红利股票上的美式看涨期权也不应提前行权？

## 第 13 组　看跌期权的 Delta 与价格性质

第 5、10 讲

**第 25 题**　深度实值看跌期权的 Delta 约为：

A. $-1.0$

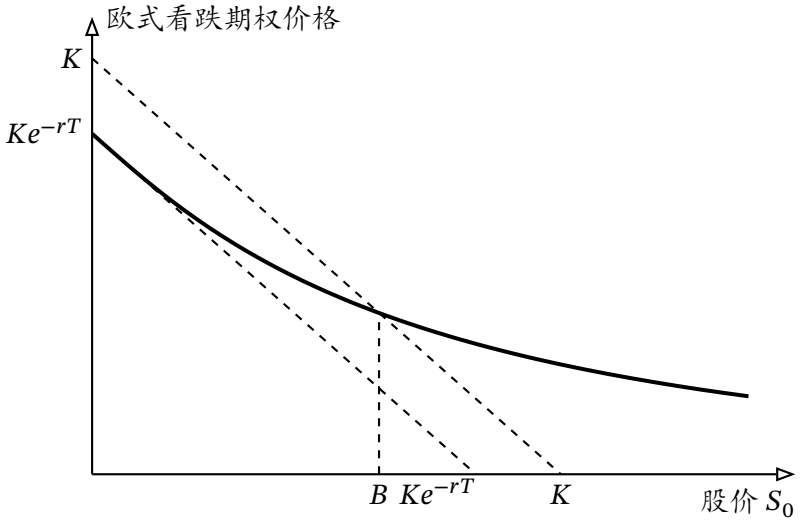
B. $1.0$

C. $-0.5$

D. $0.5$

E. $0.0$

**第 26 题**　下图是不支付红利股票上欧式看跌期权的价格与股价 $S_0$ 的关系（虚线为 $K - S_0$ 和 $Ke^{-rT} - S_0$）。它说明了欧式看跌期权的什么特性？




## 第 14 组　Delta 中性与风险中性定价

第 7、10 讲

**第 27 题**　某对冲基金持有以下基于某股票的场外（OTC）期权组合：

| 期权类型 | 头寸 | Delta | Gamma |
|---|---|---|---|
| 看涨期权 | $-1{,}500$ | $0.7$ | $-2{,}100$ |
| 看跌期权 | $500$ | $-0.8$ | $800$ |
| 看跌期权 | $-300$ | $-0.8$ | $-625$ |

应持有多少股该股票，才能使整个投资组合达到 Delta 中性？多头写为正数，空头写为负数（例如，卖空 100 股写 $-100$）。

**第 28 题**　什么是风险中性定价？它在二叉树模型中如何体现？

## 第 15 组　波动率与期权价格

第 5、10 讲

**第 29 题**　某投资者持有一个基于某股票的场外期权组合。该组合的 Delta 为 600，Vega 为 −900。此外，市场上有一种基于同一股票的交易所交易期权可供交易，其 Delta 为 0.5，Vega 为 1.2。

(a) 如果该股票的波动率突然从每年 25% 跳升至每年 35%，该投资者期权组合的价值会上升还是下降？请说明理由。

(b) 持有上述交易所交易期权和股票本身的何种头寸，可以使投资者的整体组合同时达到 Delta 中性和 Vega 中性？

**第 30 题**　列出影响股票期权价格的六个因素，并说明每个因素上升时，看涨期权和看跌期权的价格如何变化。

# 公式表

| **远期 / 期货** |
|---|

远期/期货价格: $F_t$

远期合约多头的价值: $f_t = (F_t - K)e^{-r(T-t)}$

期货合约多头的价值: $f_t = F_t - K$

无收益: $F_t = S_t e^{r(T-t)}$

已知现金收益: $F_t = (S_t - I)e^{r(T-t)}$

已知收益率: $F_t = S_t e^{(r-q)(T-t)}$

外汇: $F_t = S_t e^{(r-r_f)(T-t)}$

投资性商品:
$$F_t = (S_t + U)e^{r(T-t)}$$
$$F_t = S_t e^{(r+u)(T-t)}$$

消费性商品:
$$F_t \le (S_t + U)e^{r(T-t)}$$
$$F_t \le S_t e^{(r+u)(T-t)}$$

持有成本: $F_t = S_t e^{c(T-t)}$ （投资资产）

便利收益率: $F_t = S_t e^{(c-y)(T-t)}$ （消费资产）

基差:
多头套期保值：实际有效买入价 $= S_2 - (F_2 - F_1) = F_1 + b_2$
空头套期保值：实际有效售价 $= S_2 + (F_1 - F_2) = F_1 + b_2$

最优套期保值比率: $h = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$

最优合约数量: $N = h\frac{V_A}{V_F}$

利用 $\beta$ 计算的最优合约数量: $N = \beta \frac{P}{F}$

CAPM: $E(r) = r_f + \beta(r_m - r_f)$

| **互换** |
|---|

固定利率债券: $B_{\text{fix}} = Le^{-r_n t_n} + \sum_{i=1}^{n} ke^{-r_i t_i}$

浮动利率债券: $B_{\text{float}} = Le^{-r_1 t_1} + k^* e^{-r_1 t_1}$

## 期权

欧式期权到期收益：

$$\text{看涨期权多头} = \max(S_T - K, 0)$$
$$\text{看涨期权空头} = -\max(S_T - K, 0) \text{ 或 } \min(K - S_T, 0)$$
$$\text{看跌期权多头} = \max(K - S_T, 0)$$
$$\text{看跌期权空头} = -\max(K - S_T, 0) \text{ 或 } \min(S_T - K, 0)$$
$$\text{资产多头} = S_T - S_0$$
$$\text{资产空头} = S_0 - S_T$$

欧式期权价格的上下限：

| | | | |
|---|---|---|---|
| 上限（无红利）： | $c \le S_0$<br>$p \le Ke^{-rT}$ | 下限（无红利）： | $c \ge S_0 - Ke^{-rT}$<br>$p \ge Ke^{-rT} - S_0$ |
| 上限（有红利）： | $c \le S_0 - D$<br>$p \le Ke^{-rT}$ | 下限（有红利）： | $c \ge (S_0 - D) - Ke^{-rT}$<br>$p \ge D + Ke^{-rT} - S_0$ |
| 上限（收益率）： | $c \le S_0 e^{-qT}$<br>$p \le Ke^{-rT}$ | 下限（收益率）： | $c \ge S_0 e^{-qT} - Ke^{-rT}$<br>$p \ge Ke^{-rT} - S_0 e^{-qT}$ |
| 上限（外汇）： | $c \le S_0 e^{-r_f T}$<br>$p \le Ke^{-rT}$ | 下限（外汇）： | $c \ge S_0 e^{-r_f T} - Ke^{-rT}$<br>$p \ge Ke^{-rT} - S_0 e^{-r_f T}$ |
| 上限（期货）： | $c \le F_0 e^{-rT}$<br>$p \le Ke^{-rT}$ | 下限（期货）： | $c \ge (F_0 - K)e^{-rT}$<br>$p \ge (K - F_0)e^{-rT}$ |

买卖权平价关系：

| | | |
|---|---|---|
| 欧式期权： | 无红利： | $c + Ke^{-rT} = p + S_0$ |
| | 有红利： | $c + Ke^{-rT} = p + (S_0 - D)$ |
| | 收益率： | $c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-qT}$ |
| | 外汇： | $c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-r_f T}$ |
| | 期货： | $c + Ke^{-rT} = p + F_0 e^{-rT}$ |
| 美式期权： | 无红利： | $C + Ke^{-rT} \le P + S_0$ |

## 二叉树

与波动率相关的上升和下降参数：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

单步 Delta：

| | |
|---|---|
| 无收益： | $\Delta = \frac{f_u - f_d}{S(u-d)}$ |
| 收益率： | $\Delta = \frac{f_u - f_d}{Se^{q\Delta t}(u-d)}$ |
| 期货： | $\Delta = \frac{f_u - f_d}{F_0(u-d)}$ |

风险中性概率：

| | |
|---|---|
| 无收益： | $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u-d}$ |
| 收益率： | $p = \frac{e^{(r-q)\Delta t} - d}{u-d}$ |
| 期货： | $p = \frac{1-d}{u-d}$ |

折现的期望收益：

$$f = e^{-r\Delta t}[pf_u + (1-p)f_d]$$

## Black-Scholes 期权定价

对数正态分布：

$$\ln S_T \sim \varphi\left[\ln S_0 + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T, \sigma\sqrt{T}\right]$$

欧式（无红利）：

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

欧式（收益率）：

$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r - q + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

欧式（外汇）：

$$c = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r - r_f + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

欧式（期货）：

$$c = e^{-rT}[F_0 N(d_1) - K N(d_2)]$$

$$p = e^{-rT}[K N(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/K) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

## 希腊字母

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Delta：

$$\Delta_{\text{看涨}} = N(d_1),\ \Delta_{\text{看跌}} = N(d_1) - 1, \quad \text{其中 } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\Delta_{\text{看涨}} = e^{-qT} N(d_1),\ \Delta_{\text{看跌}} = e^{-qT}[N(d_1) - 1], \quad \text{其中 } d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + \left(r - q + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Gamma：

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0\sigma\sqrt{T}}, \quad \text{或} \quad \Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0\sigma\sqrt{T}}$$

Vega：

$$\upsilon = S_0\sqrt{T}N'(d_1), \quad \text{或} \quad \upsilon = S_0\sqrt{T}N'(d_1)e^{-qT}$$

利用期货与利用现货对冲：

$$w_F = e^{-rT} w_A, \quad w_F = e^{-(r-q)T} w_A$$

# 参考答案

### 第 1 组　期货套期保值（第 1–2 讲）

**第 1 题　99.50**。这是空头套期保值（卖出期货）。实际有效售价 $= S_2 + (F_1 - F_2) = 104.34 + (93.69 - 98.53) =$ **99.50**。期货价格上涨，期货空头亏损 4.84，抵消了现货售价的部分上涨。当前现货价格 $93.12 用不到。

**第 2 题**

| | **远期合约** | **期货合约** |
|---|---|---|
| 交易方式 | 场外交易，双方私下协商 | 在交易所交易 |
| 合约条款 | 非标准化，按双方需要设定 | 标准化（数量、质量、交割月份） |
| 结算 | 到期时一次结算 | 每日盯市结算，需缴纳保证金 |
| 信用风险 | 存在交易对手违约风险 | 由清算所担保，违约风险很小 |
| 交割 | 通常到期实物交割或现金结算 | 大多在到期前平仓 |
| 交割日期 | 一个确定的日期 | 一段交割期内的若干日期 |

### 第 2 组　远期价格（第 3 讲）

**第 3 题　0.1033**。铜是消费性商品：$F = Se^{(r+u-y)T}$，所以 $y = r + u - \ln(F/S)/T = 0.03 + 0.05 - 2 \times \ln(3.41 / 3.45) = 0.08 + 0.0233 =$ **0.1033**。

**第 4 题**　签订远期合约时，交割价格 $K$ 被定为当时的远期价格 $F_0$，双方都不需要支付任何费用。多头的价值为 $f = (F_0 - K)e^{-rT}$，当 $K = F_0$ 时 $f = 0$。如果签订时价值不为零，一方就会要求对方先付钱，或者存在套利机会。签订之后，随着远期价格变化，合约价值可正可负。

### 第 3 组　货币互换（第 4 讲）

**第 5 题　D（6.3% 澳元）**。两家公司的利差：美元 6.4% − 4.5% = 1.9%，澳元 7.2% − 6.8% = 0.4%。A 在美元市场有比较优势，所以 A 按 4.5% 借美元，B 按 7.2% 借澳元，再通过互换交换。总收益 = 1.9% − 0.4% = 1.5%，金融机构拿 0.5%，余下 1.0% 两家公司平分，各得 0.5%。A 最终的澳元借款成本 = 6.8% − 0.5% = 6.3%，即 A 付给金融机构的现金流 (e) 为 **6.3% 澳元**。

**第 6 题**　货币互换：双方交换两种不同货币的本金和利息。通常期初按即期汇率交换本金，期间各自按对方货币的利率支付利息，到期时换回本金。

作用：企业可以在自己有比较优势（与对方相比，利率优势更大或劣势更小）的市场借款，再通过互换把负债转换成所需的货币，从而降低融资成本（如第 5 题）；同时，未来的利息和本金都按事先约定的金额交换，相当于锁定了汇率，消除了外币负债的汇率风险。

### 第 4 组　看涨-看跌期权平价套利（第 5 讲）

**第 7 题　D**。有红利时的平价关系：$c + De^{-rt} + Ke^{-rT} = p + S_0$。

看涨一侧：$5.80 + 1.50\,e^{-0.05\times 4/12} + 40\,e^{-0.05\times 0.5} = 5.80 + 1.475 + 39.012 = 46.29$；看跌一侧：$3.50 + 43 = 46.50$。看跌一侧贵 0.21，所以卖出贵的一侧（卖出看跌期权、卖空股票），买入便宜的一侧（买入看涨期权，并将其余资金按无风险利率投资），即 D。

**第 8 题** 不合理。$c + Ke^{-rT} = 3.2 + 52 \times e^{-0.04\times 0.5} = 3.2 + 50.97 = 54.17$；$p + S_0 = 4.5 + 50 = 54.50$。两边应当相等，现在看跌一侧高估了 0.33 元。

套利方法：卖出看跌期权（+4.5）、卖空股票（+50）、买入看涨期权（−3.2），把余下的 51.30 元按无风险利率投资。到期时本息为 $51.30 \times e^{0.02} = 52.34$ 元；无论股价高于还是低于 52 元，都恰好以 52 元买回股票平掉空头（行使看涨期权，或看跌期权被对方行权），确定获利约 0.34 元。

### 第 5 组　牛市差价（第 6 讲）

**第 9 题　C（牛市差价）**。买入低执行价格（$40）的看涨期权、卖出高执行价格（$50）的看涨期权：股价上涨时获利，但收益有上限（最多 $10 减去净期权费）。

**第 10 题　13 元/克**。到期金价 470：买入的 450 看涨期权行权，收益 $470 - 450 = 20$；卖出的 480 看涨期权不会被行权，收益 0。净期权费 $= 12 - 5 = 7$。净收益 $= 20 - 7 =$ **13 元/克**。

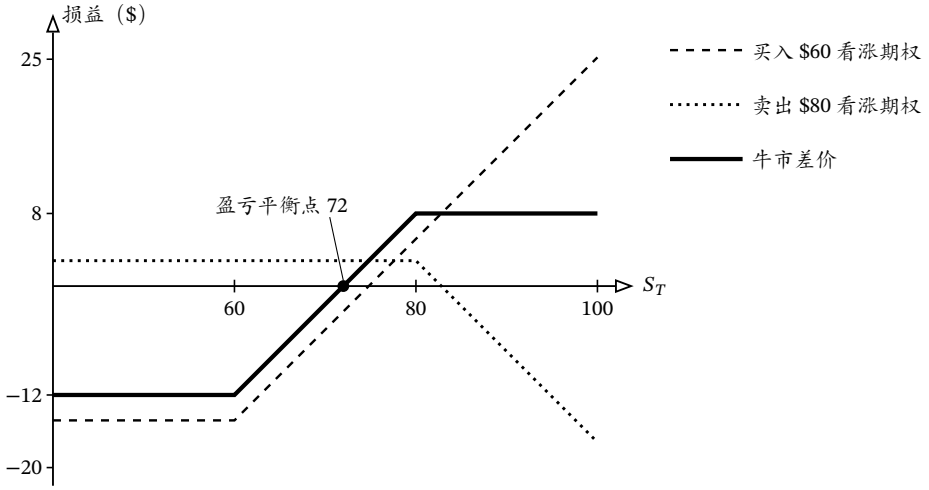
该策略的最大收益为 $(480 - 450) - 7 = 23$ 元/克，最大亏损为 7 元/克，盈亏平衡点为 457 元/克。

### 第 6 组　期权组合策略与套利（第 3、6 讲）

**第 11 题**

(a) 买入执行价格 $60 的看涨期权（$14.80），卖出执行价格 $80 的看涨期权（$2.80），净支出 **$12.00**。

| $S_T$ | 买入 $60 看涨 | 卖出 $80 看涨 | 差价收益 | 损益 |
|---|---|---|---|---|
| $S_T \le 60$ | 0 | 0 | 0 | $-12$ |
| 70 | 10 | 0 | 10 | $-2$ |
| 72 | 12 | 0 | 12 | 0（盈亏平衡） |
| $S_T \ge 80$ | $S_T - 60$ | $-(S_T - 80)$ | 20 | $+8$ |




盈亏平衡点 $= 60 + 12 =$ **$72**；最大利润 **+$8**（$S_T \ge 80$），最大亏损 **−$12**（$S_T \le 60$）。

(b) 另外用看跌期权构建熊市差价：买入 \$80 看跌期权（\$10.30），卖出 \$60 看跌期权（\$2.30），净支出 \$8.00。箱式差价总成本 $= 12 + 8 = \$20$。

| $S_T$ | 牛市差价收益 | 熊市差价收益 | 箱式收益 | 损益 |
|---|---|---|---|---|
| $S_T \le 60$ | 0 | 20 | 20 | 0 |
| $60 < S_T < 80$ | $S_T - 60$ | $80 - S_T$ | 20 | 0 |
| $S_T \ge 80$ | 20 | 0 | 20 | 0 |

无论股价如何，到期都收到 \$20，成本也是 \$20，损益为 0：**没有套利利润**。（这是忽略货币时间价值的结果。若考虑利息，箱式差价今天的合理价格是 \$20 的现值 $20e^{-rT}$，低于 \$20：按 \$20 买入箱式差价会略亏，卖出则略赚。）

**第 12 题** 套利：同时在两个或多个市场交易，不承担风险、不需要净投入，就能锁定确定的利润，例如同一资产在一个市场低价买入、在另一个市场高价卖出。

对定价的影响：一旦出现套利机会，套利者大量买入便宜的、卖出贵的，推动价格回到没有套利机会的水平，所以衍生品价格由无套利条件决定。例如不支付收益的资产，远期价格必须满足 $F_0 = S_0 e^{rT}$：若 $F_0 > S_0 e^{rT}$，借钱买入现货、卖出远期（正向持有套利）；若 $F_0 < S_0 e^{rT}$，卖空现货、买入远期（反向持有套利）。第 8 题的平价检验和第 11 题的箱式差价，都是同样的无套利思路。

### 第 7 组 二叉树（第 7 讲）

**第 13 题** **0.7538**。每步 $u = 1.06$，$d = 0.94$，$\Delta t = 0.5$：$p = \left(e^{r\Delta t} - d\right)/(u - d) = (e^{0.03} - 0.94) \,/\, (1.06 - 0.94) = (1.03045 - 0.94) \,/\, 0.12 =$ **0.7538**。股价 \$33 和执行价格 \$40 在计算概率时用不到。

**第 14 题** **约 4.19 元**。$p = \left(e^{0.05} - 0.8\right)/(1.2 - 0.8) = 0.6282$，每步折现因子 $e^{-0.05} = 0.9512$。

| 节点 | 股价 | 看跌期权价值 | 计算 |
|---|---|---|---|
| uu | 72 | 0 | 到期收益 $\max(52 - 72, 0)$ |
| ud | 48 | 4 | $52 - 48$ |
| dd | 32 | 20 | $52 - 32$ |
| u | 60 | 1.4148 | $0.9512 \times (0.6282 \times 0 + 0.3718 \times 4)$ |
| d | 40 | 9.4639 | $0.9512 \times (0.6282 \times 4 + 0.3718 \times 20)$ |
| 今天 | 50 | **4.1927** | $0.9512 \times (0.6282 \times 1.4148 + 0.3718 \times 9.4639)$ |

### 第 8 组 隐含波动率与 Black-Scholes 模型（第 8 讲）

**第 15 题** **E**。隐含波动率是使模型价格（如 BSM）等于期权当前市场价格的波动率，反映市场对未来波动率的预期；它不需要历史价格数据。用历史数据估计的是历史波动率。

**第 16 题** 主要假设：

- 股价服从几何布朗运动（股价服从对数正态分布），预期收益率 $\mu$ 和波动率 $\sigma$ 为常数；
- 期权存续期内股票不支付红利；
- 无风险利率 $r$ 为常数，投资者可以按 $r$ 借入和贷出资金；
- 允许卖空并可使用全部卖空所得，没有交易费用和税收，证券可以无限细分；

- 证券交易连续进行，不存在无风险套利机会。

公式中没有 $\mu$：用股票和期权可以构建 Delta 中性的组合，它在很短的时间内没有风险，收益率只能是无风险利率 $r$；推导中 $\mu$ 被消去，期权价格因此与投资者的风险偏好无关，可以用风险中性定价（假设股票的期望收益率为 $r$，再用 $r$ 折现）。$\mu$ 的高低已经反映在当前股价 $S_0$ 中。

公式中的其余参数（$S_0$、$K$、$r$、$T$）都可以直接观察，只有 $\sigma$ 不能，所以市场用期权价格反推出隐含波动率（第 15 题）。

### 第 9 组　期权的 Delta 与单期二叉树（第 7–8 讲）

**第 17 题　A（$-0.44$）**。由看涨-看跌期权平价 $c - p = S_0 - Ke^{-rT}$，两边对 $S_0$ 求导得 $\Delta_c - \Delta_p = 1$，即看跌期权的 Delta 为 $N(d_1) - 1$。所以看跌期权的 Delta $= 0.5645 - 1 = -0.4355 \approx \mathbf{-0.44}$。看跌期权的 Delta 为负；题中的波动率和利率在这里用不到。

**第 18 题　约 2.03 元**。$S_u = 66$，$S_d = 55.2$；到期收益 $f_u = 66 - 62 = 4$，$f_d = 0$。

$p = \left(e^{0.05\times 0.25} - 0.92\right)/(1.10 - 0.92) = (1.01258 - 0.92) \,/\, 0.18 = 0.5143$；$c = e^{-0.0125} \times (0.5143 \times 4 + 0.4857 \times 0) = 0.98758 \times 2.0573 = \mathbf{2.03}$。

也可用复制法：持有 $\Delta = (f_u - f_d)/(S_u - S_d) = 4 \,/\, 10.8 = 0.3704$ 股并借款 20.19 元，组合价值 $0.3704 \times 60 - 20.19 = 2.03$。这里的 $\Delta$ 就是期权的 Delta（第 17 题）。

### 第 10 组　股指期权的平价关系与时间价值（第 5、9 讲）

**第 19 题　323**。有红利收益率时的平价关系：$p = c + Ke^{-rT} - S_0e^{-qT}$。这里 $r = q = 3\%$，$T = 0.5$，所以 $p = 227 + (2{,}500 - 2{,}403) \times e^{-0.015} = 227 + 97 \times 0.98511 = 322.56 \approx \mathbf{323}$。看跌期权为实值（2,403 < 2,500），价值高于看涨期权。

**第 20 题**　时间价值 = 期权价格 − 内在价值。它来自到期前基础资产价格有利变动的可能性（期权持有者的损失有限，收益则可能很大）；对看涨期权来说，还包括推迟支付执行价格所节省的利息。通常波动率越大，时间价值越大；平值附近的时间价值最大；到期时时间价值为零。但时间价值不一定为正，也不一定随到期时间增加：深度实值的欧式看跌期权，时间价值可以为负（见第 26 题）。

意义：期权价格 = 内在价值 + 时间价值。例如第 19 题的看跌期权价值 322.56 点，其中内在价值 2,500 − 2,403 = 97 点，时间价值约 225.56 点。时间价值也解释了为什么提前行权通常不划算：行权只得到内在价值，放弃了时间价值。

### 第 11 组　组合保险与保护性看跌期权（第 6、9 讲）

**第 21 题　C**。$\beta = 1$，组合与指数同比例涨跌。看跌期权张数 $= 2{,}000{,}000 \div (4{,}000 \times 100) = \mathbf{5}$ **张**。保底价值 1,800,000 是组合当前价值的 90%，对应指数 $4{,}000 \times 0.9 = \mathbf{3{,}600}$，所以执行价格为 3,600。指数跌破 3,600 时，5 张看跌期权的收益正好弥补组合的损失。A 的执行价格 3,400 只能保住 1,700,000；B 只有 4 张，指数跌破 3,600 后仍有五分之一的组合没有保护（例如指数跌到 3,000 时，组合加期权只值 1,740,000）；看涨期权（D、E）不能防范下跌。

**第 22 题　−1,800 元/吨（亏损 1,800 元）**。现货：$59{,}000 - 62{,}000 = -3{,}000$；看跌期权：行权收益 $61{,}000 - 59{,}000 = 2{,}000$，减去期权费 800，净得 1,200。总收益 $= -3{,}000 + 1{,}200 = -1{,}800$ 元/吨。

不做保护时亏损 3,000 元/吨。保护性看跌期权把最大亏损锁定为 $(62{,}000 - 61{,}000) + 800 = 1{,}800$ 元/吨。第 21 题的组合保险，就是对整个股票组合使用保护性看跌期权。

### 第 12 组　美式期权与提前行权（第 5、7、9 讲）

**第 23 题**　两步二叉树，$\Delta t = 0.5$。本币（澳元）利率 $r = 3.5\%$，外币（欧元）利率 $r_f = 4.5\%$。$u = e^{0.3\sqrt{0.5}} = 1.2363$，$d = 1/u = 0.8089$，$p = \left(e^{(r-r_f)\Delta t} - d\right)/(u-d) = 0.4355$，每步折现因子 $e^{-0.0175}$。

| 节点 | 汇率（澳元/欧元） | 欧式看涨 | 美式看涨 |
|---|---|---|---|
| uu | 2.5602 | 0.9602 | 0.9602 |
| ud | 1.6750 | 0.0750 | 0.0750 |
| dd | 1.0959 | 0 | 0 |
| u | 2.0708 | 0.4525 | **0.4708**（提前行权） |
| d | 1.3548 | 0.0321 | 0.0321 |
| 今天 | 1.6750 | **0.2114** | **0.2193** |

(a) **0.2114 澳元**。$c_u = e^{-0.0175}(0.4355 \times 0.9602 + 0.5645 \times 0.0750) = 0.4525$，$c_d = e^{-0.0175}(0.4355 \times 0.0750) = 0.0321$，$c_0 = e^{-0.0175}(0.4355 \times 0.4525 + 0.5645 \times 0.0321) = 0.2114$。

(b) **0.2193 澳元**，高于欧式的 0.2114。在节点 u，立即行权得 $2.0708 - 1.6000 = 0.4708$，高于继续持有的价值 0.4525，所以应提前行权。原因：欧元的利率（4.5%）高于澳元的利率（3.5%），持有欧元相当于持有一项高红利收益率的资产；看涨期权持有者拿不到这部分收益，提前行权换成欧元就能开始获得这一较高利息，因此美式期权更值钱（对比第 24 题：不支付红利的资产，美式看涨期权不应提前行权）。

(c) **会下降，约为 0.1936 澳元**。节点 d 的汇率 1.3548 低于障碍 1.4000，经过该节点的路径都被敲出（价值为 0），只剩上升分支：$c_0 = e^{-0.0175} \times 0.4355 \times 0.4525 = 0.1936$，比普通欧式期权低 0.0178。

**第 24 题**　若在时刻 $t$ 行权，只得到 $S - K$。但继续持有的看涨期权价值至少为 $S - Ke^{-r(T-t)}$（看涨期权的下限），它大于 $S - K$。所以把期权卖掉总比行权好。原因有三：

- 推迟支付执行价格 $K$，这笔钱在到期前还能赚利息；
- 继续持有保留了下跌保护：若股价跌到 $K$ 以下，可以不行权；
- 股票不支付红利，提前拿到股票没有额外收益。

如果投资者想长期持有股票，也应等到到期再行权。若股票即将支付较大的红利，提前行权（在除息日前）才可能是最优的（见第 23 题）。

### 第 13 组　看跌期权的 Delta 与价格性质（第 5、10 讲）

**第 25 题　A（−1.0）**。深度实值看跌期权几乎肯定会被行权，价格随股价一对一反向变动，所以 Delta 接近 −1。第 26 题图中，股价很低时曲线的斜率也接近 −1。

**第 26 题** 欧式看跌期权的价格可能低于内在价值。股价低于 $B$ 时，曲线位于 $K - S_0$ 线的下方，即深度实值欧式看跌期权的时间价值为负。原因是欧式看跌期权不能提前行权，持有者要等到到期才收到 $K$，损失了 $K$ 在这段时间的利息。

但价格始终不低于下限 $Ke^{-rT} - S_0$（另一条虚线）。股价趋于 0 时，价格趋于 $Ke^{-rT}$。对比：美式看跌期权可以随时行权，价格永远不低于内在价值 $K - S_0$。

### 第 14 组　Delta 中性与风险中性定价（第 7、10 讲）

**第 27 题　1,210（买入 1,210 股）**。组合 Delta $= (-1{,}500)(0.7) + 500(-0.8) + (-300)(-0.8) = -1{,}050 - 400 + 240 = -1{,}210$。每股股票的 Delta 为 1，所以买入 1,210 股可使组合 Delta 为零。表中的 Gamma 用不到。

**第 28 题** 风险中性定价：假设所有投资者都是风险中性的，于是所有资产的期望收益率都等于无风险利率；按这一假设算出衍生品到期收益的期望值，再用无风险利率折现，就得到它今天的价格。这样算出的价格在真实世界同样成立，因为用股票和期权可以构建 Delta 中性的组合（见第 27 题），它在很短的时间内没有风险，只能获得无风险利率，期权价格因此与投资者的风险偏好无关。

在二叉树中：每一步的风险中性概率为 $p = \big(e^{r\Delta t} - d\big)/(u - d)$，节点价值为 $f = e^{-r\Delta t}[pf_u + (1 - p)f_d]$，从到期日开始逐步向前倒推。$p$ 不是股价真实上涨的概率，真实概率不影响期权价格。

### 第 15 组　波动率与期权价格（第 5、10 讲）

**第 29 题**

(a) **下降**。组合的 Vega 为 $-900$（为负），波动率上升会降低组合价值。一阶近似：价值变化 $\approx$ Vega $\times \Delta\sigma = -900 \times 0.10 = -90$（这里 Vega 按波动率每变动 1，即 100%，来计量）。

(b) **买入 750 份交易所期权，卖空 975 股股票**。Vega 中性：$-900 + 1.2n = 0$，$n = 750$（多头）。买入后组合 Delta $= 600 + 750 \times 0.5 = 975$，所以卖空 975 股股票使 Delta 为零。股票的 Vega 为 0，不影响 Vega 中性。

**第 30 题**

| 因素上升 | 欧式看涨 | 欧式看跌 | 美式看涨 | 美式看跌 |
|---|---|---|---|---|
| 股价 $S_0$ | + | − | + | − |
| 执行价格 $K$ | − | + | − | + |
| 到期时间 $T$ | ? | ? | + | + |
| 波动率 $\sigma$ | + | + | + | + |
| 无风险利率 $r$ | + | − | + | − |
| 未来红利 $D$ | − | + | − | + |

“+”表示期权价格上升，“−”表示下降，“?”表示方向不确定（例如，股票即将支付大额红利时，期限较长的欧式看涨期权可能比期限较短的更便宜）。波动率上升使看涨和看跌期权都更值钱，所以期权多头的 Vega 为正；第 29 题的组合 Vega 为负，说明它以期权空头为主。